ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Μαθηματικά

ΕΠΑ.Λ.

ΘΕΜΑ Α

Α1. Σχολικό βιβλίο σελ 30

Α2. σχολικό βιβλίο σελ. 13

Α3.

α) Λάθος

β) Λάθος

γ) Σωστό

δ) Λάθος

ε) Λάθος

ΘΕΜΑ Β

Β1. Έστω x, ένας περιττός αριθμός τότε οι επόμενοι διαδοχικοί περιττοί αριθμοί θα είναι x, x+2, x+4, x+6, x+8, x+10, x+12 οι οποίοι είναι σε αύξουσα σειρά. Εφόσον η διάμεσο είναι 13 τότε x+6=13 άρα x=7. Τελικά οι διαδοχικοί αριθμοί είναι 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19

Β2. $\bar{x}=\dfrac{\sum_{i=1}^{7}x_i}{v}=\dfrac{7+9+11+13+15+17+19}{7}=13$

Β3. $s^2=\dfrac{\sum_{i=1}^{v}(x_i-\bar{x})^2}{v}=\dfrac{(7-13)^2+(9-13)^2+(11-13)^2+(13-13)^2+(15-13)^2+(17-13)^2+(19-13)^2}{7}$

$=\dfrac{6^2+4^2+2^2+2^2+4^2+6^2}{7}=\dfrac{112}{7}=16$

Άρα $s=\sqrt{16}=4$

Β4. Από εφαρμογή έχουμε ότι η νέα μέση τιμή θα είναι $\bar{y}=\bar{x}+3=16$ και η νέα τυπική απόκλιση θα είναι $s_y=S=4$ άρα $CV=\dfrac{4}{16}100\%=25\%$

ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

Ενδεικτικές Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $f(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2-3x-\frac{4}{3}$ με $x\in\mathbb{R}$

$f'(x)=x^2-2x-3$ και $f''(x)=2x-2$.

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{f'(x)+f''(x)+4}{\sqrt{x}-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^2-2x-3+2x-2+4}{\sqrt{x}-1}=\lim\limits_{x\to 1}\frac{\left(x^2-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}{\left(\sqrt{x}-1\right)\left(\sqrt{x}+1\right)}=\lim\limits_{x\to 1}(x+1)\left(\sqrt{x}+1\right)=4$

Γ3. Για να είναι η εφαπτομένη παράλληλη στην ευθεία $\varepsilon: y=-4x+16$ πρέπει $f'(x)=-4\Leftrightarrow x^2-2x-3=-4\Leftrightarrow x^2-2x+1=0\Leftrightarrow (x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$.

Το σημείο είναι $A(1,f(1))$ με $f(1)=\frac{1}{3}1^3-1^2-3-\frac{4}{3}=-5$ τελικά $A(1,-5)$

Γ4. Η εξίσωση εφαπτομένης στο $A(1,f(1))$ είναι $\varepsilon: y-f(1)=f'(1)(x-1)\Leftrightarrow \varepsilon: y+5=-4(x-1)\Leftrightarrow \varepsilon: y=-4x-1$

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $f(x)=x^4+\alpha x+\beta$ με $x\in\mathbb{R}$ και $f'(x)=4x^3+\alpha$

Ισχύει ότι $f(0)=2019\Leftrightarrow 0+\beta=2019\Leftrightarrow \beta=2019$

Άρα $f(x)=x^4+\alpha x+2019$

Δίνεται επίσης ότι $\lim\limits_{h\to 1}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=0$ από ορισμό παραγώγου σε σημείο έχουμε ότι $\lim\limits_{h\to 1}\frac{f(-1+h)-f(-1)}{h}=f'(-1)$ επομένως $f'(-1)=0\Leftrightarrow -4+\alpha=0\Leftrightarrow \alpha=4$

Δ2. $f(x)=x^4+4x+2019$ με $x\in\mathbb{R}$ και $f'(x)=4x^3+4$

- $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3+4=0\Leftrightarrow 4x^3=-4\Leftrightarrow x^3=-1\Leftrightarrow x=-1$
- $f'(x)>0\Leftrightarrow 4x^3+4>0\Leftrightarrow 4x^3>-4\Leftrightarrow x^3>-1\Leftrightarrow x>-1$

άρα f γνησίως αύξουσα για $x\in[-1,+\infty)$ και f γνησίως φθίνουσα για $x\in(-\infty,-1]$ και έχει ολικό ελάχιστο στο $x_0=-1$ το $f(-1)=2016$

Δ3. . Η f έχει ολικό ελάχιστο στο $x_0=-1$ το $f(-1)=2016$ άρα από ορισμό ελαχίστου έχουμε $f(x)\ge f(-1)\Leftrightarrow x^4+4x+2019\ge 2016\Leftrightarrow x^4+4x\ge -3$ για κάθε $x\in\mathbb{R}$