

# Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής

γενικής παιδείας

## ΘΕΜΑ Α

**A1.** Σχολικό βιβλίο, σελ: 28

**A2.** Σχολικό βιβλίο, σελ: 13

**A3.** Σχολικό βιβλίο, σελ: 92

**A4.**

**α)** Σωστό

**β)** Λάθος

**γ)** Λάθος

**δ)** Σωστό

**ε)** Λάθος



## ΘΕΜΑ Β

**B1.**  $f(x) = \sqrt{x^2 + \alpha}$ , με  $x \in \mathbb{R}$

Το  $A(1,2)$  ανήκει στη γραφική παράσταση της  $f$ , άρα  $f(1) = 2 \Leftrightarrow \sqrt{1 + \alpha} = 2 \Leftrightarrow \alpha = 3$

**B2.**  $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}}$ ,  $f'(1) = \frac{1}{\sqrt{1 + 3}} = \frac{1}{2}$ . Άρα η εξίσωση εφαπτομένης στο  $A(1,2)$  είναι

$$\varepsilon: y - f(1) = f'(1)(x - 1) \Leftrightarrow \varepsilon: y - 2 = \frac{1}{2}(x - 1) \Leftrightarrow \varepsilon: y = \frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$$

**B3.**  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 3}} > 0 \Leftrightarrow x > 0$  άρα  $f$  γνησίως αύξουσα για  $x \in [0, +\infty)$  και  $f$  γνησίως φθίνουσα

για  $x \in (-\infty, 0]$  και έχει ολικό ελάχιστο στο  $x_0 = 0$  το  $f(0) = \sqrt{3}$

$$\begin{aligned} \mathbf{B4.} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - 2}{x - 1} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 + 3} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x^2 + 3} - 2)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 3 - 2^2}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x + 1)}{(\sqrt{x^2 + 3} + 2)} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

**α)** Αφού όλες οι μπάλες θα είναι αριθμημένες με άρτιο ή περιττό αριθμό θα ισχύει  $A \cup \Pi = \Omega$ ,  $A' = \Pi$  και έτσι  $N(\Omega) = N(A) + N(\Pi) = \lambda + \lambda + 1 = 2\lambda + 1$  με  $\lambda \in \mathbb{N}^*$

$$P(\Pi) = \frac{N(\Pi)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{26}{51} = \frac{\lambda+1}{2\lambda+1} \Leftrightarrow 26(2\lambda+1) = 51\lambda + 51 \Leftrightarrow \lambda = 25$$

άρα  $N(\Omega) = 2 \cdot 25 + 1 = 51$  μπάλες από τις οποίες 26 περιττές και 25 άρτιες.

**β)**  $P(M \cap A) = \frac{N(M \cap A)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow \frac{6}{51} = \frac{N(M \cap A)}{51} \Leftrightarrow N(M \cap A) = 6$  άρα υπάρχουν 6 μπλε και με άρτιο αριθμό μπάλες.

**Γ2.**

**α)** Αφού όλες οι μπάλες στο κουτί, είναι κόκκινες ή μπλε τότε τα ενδεχόμενα  $M$  και  $K$  είναι συμπληρωματικά και ισχύει  $M \cup K = \Omega$  και  $M' = K$

$$P(K) = \frac{7}{10} P(M) \Leftrightarrow \frac{N(K)}{N(\Omega)} = \frac{7}{10} \frac{N(M)}{N(\Omega)} \Leftrightarrow N(K) = \frac{7}{10} N(M) \quad (1)$$

$$N(\Omega) = N(K) + N(M) \stackrel{(1)}{\Leftrightarrow} 51 = N(M) + \frac{7}{10} N(M) \Leftrightarrow 510 = 17N(M) \Leftrightarrow N(M) = 30 \quad \text{μπλε μπάλες και}$$

$$N(K) = 21 \quad \text{κόκκινες μπάλες}$$

**β.** Ισχύει ότι  $A' = \Pi$

$$P(M \cap \Pi) = P(M \cap A') = P(M) - P(M \cap A) = \frac{30}{51} - \frac{6}{51} = \frac{24}{51}$$

**γ.** Ισχύει ότι  $M' = K$

$$P(K \cap \Pi) = P(M' \cap \Pi) = P(\Pi) - P(M \cap \Pi) = \frac{26}{51} - \frac{24}{51} = \frac{2}{51}$$



### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.** Οι παρατηρήσεις είναι : 0, 1, 1, 1, 2, 3, 3, 4, ..., 4,  $x_6$  και  $v = 8 + v_5$

**Περίπτωση 1<sup>η</sup>** : Αν  $v$  είναι περιττός τότε η διάμεσος θα είναι μία από τις παρατηρήσεις του δείγματος και αυτή θα είναι η μεσαία παρατήρηση. Αφού  $\delta = 3$ , τότε η μεσαία παρατήρηση θα είναι : ή  $t_6$  ή  $t_7$

► Αν  $\delta = t_6 = 3$  τότε

$$\underbrace{0, 1, 1, 1, 2, 3, 3}_{\text{7 παρατηρήσεις}}, \quad x, \quad \underbrace{4, \dots, 4, x_6}_{\text{2 + } v_5 \text{ παρατηρήσεις}}$$

$$\text{Άρα, } 2 + v_5 = 5 \Leftrightarrow v_5 = 3 \text{ και } v = 8 + v_5 = 11$$

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

► Αν  $\delta = t_7 = 3$  τότε

$$\underbrace{\quad}_{\text{α παρατηρήσεις}} \quad \text{ία} \quad \underbrace{\quad}_{1+v_5 \text{ παρατηρήσεις}}$$

Άρα,  $1+v_5=6 \Leftrightarrow v_5=5$  και  $v=8+v_5=13$

**Περίπτωση 2<sup>η</sup> :** Αν  $v$  είναι άρτιος τότε η διάμεσος θα είναι το ημιάθροισμα των δυο μεσαίων. Αφού  $\delta = 3$ , τότε το άθροισμα των δυο μεσαίων είναι 6, δηλαδή οι δυο μεσαίες πρέπει να είναι η 6η και 7η παρατήρηση αφού  $3+3=6$

$$\underbrace{\quad}_{\text{α παρατηρήσεις}} \quad 3 \quad \underbrace{\quad}_{1+v_5 \text{ παρατηρήσεις}}$$

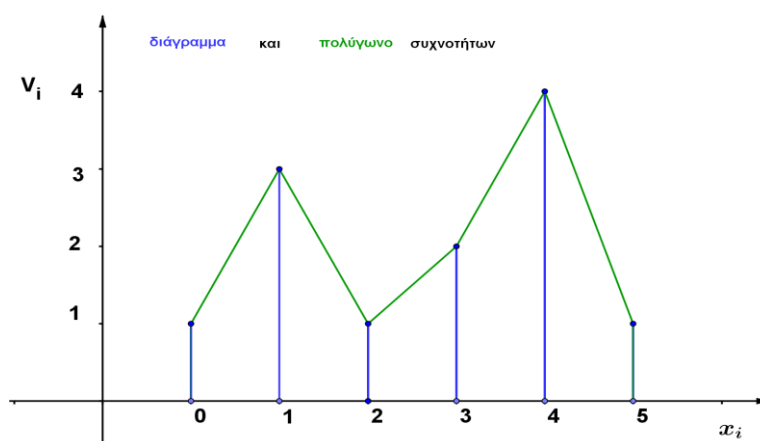
Άρα,  $1+v_5=5 \Leftrightarrow v_5=4$  και  $v=8+v_5=12$

Τελικά το  $v=11$  ή  $v=12$  ή  $v=13$



**Δ2α)** Αν  $v=12$ ,  $v_5=4$  τότε  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^6 x_i v_i}{v} = \frac{0+3+2+6+16+x_6}{12} \Leftrightarrow \frac{8}{3} = \frac{27+x_6}{12} \Leftrightarrow x_6 = 5$ .

**β)**



**Δ3.** Επειδή η οικογένεια που δεν είχε παιδιά απέκτησε δίδυμα και μια οικογένεια που είχε ένα παιδί απόκτησε δεύτερο ο πίνακας γίνεται

| $x_i$         | $v_i$ | $x_i v_i$ |
|---------------|-------|-----------|
| 1             | 2     | 2         |
| 2             | 3     | 6         |
| 3             | 2     | 6         |
| 4             | 4     | 16        |
| 5             | 1     | 5         |
| <b>Σύνολο</b> | 12    | 35        |

Και η μέση τιμή είναι  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^5 x_i v_i}{v} = \frac{35}{12}$

# ΕΠΑΝΑΛΗΠΤΙΚΕΣ ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2016

## *Ενδεικτικές Απαντήσεις*