

# ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ & ΣΤΟΙΧΕΙΑ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗΣ

## ΓΕΝΙΚΗΣ ΠΑΙΔΕΙΑΣ Γ' ΛΥΚΕΙΟΥ

20 ΜΑΪΟΥ 2016

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

### ΘΕΜΑ Α

- A1.** Αν  $A$  και  $A'$  είναι δύο συμπληρωματικά ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  να αποδείξετε ότι για τις πιθανότητές τους ισχύει:

$$P(A') = 1 - P(A).$$

**Μονάδες 7**

- A2.** Να δώσετε τον ορισμό της διαμέσου ( $\delta$ ) ενός δείγματος  $n$  παρατηρήσεων.

**Μονάδες 4**

- A3.** Έστω  $f$  μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το  $A$ . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση  $f$  παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο  $x_0 \in A$ ;

**Μονάδες 4**

- A4.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη Σωστό, αν η πρόταση είναι σωστή, ή Λάθος, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

**α)** Αν  $A$  και  $B$  είναι δύο ενδεχόμενα ενός δειγματικού χώρου  $\Omega$  με  $A \subseteq B$ , τότε για τις πιθανότητές τους ισχύει  $P(A) \leq P(B)$ .

**β)** Ο σταθμισμένος αριθμητικός μέσος ή σταθμικός μέσος είναι μέτρο διασποράς.

**γ)** Αν οι συναρτήσεις  $f$  και  $g$  είναι παραγωγίσιμες, τότε ισχύει ότι:

$$(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x).$$

**δ)** Το ραβδόγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση των τιμών μιας ποιοτικής μεταβλητής.

**ε)** Αν μία συνάρτηση  $f$  είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα  $\Delta$  και ισχύει  $f'(x) > 0$  για κάθε εσωτερικό σημείο του  $\Delta$ , τότε η  $f$  είναι γνησίως φθίνουσα στο  $\Delta$ .

**Μονάδες 10**

## ΘΕΜΑ Β

Δίνεται η συνάρτηση  $f$  με τύπο  $f(x) = \frac{x^3}{3} - \frac{5}{2}x^2 + 6x - 1$ ,  $x \in \mathbb{R}$ .

**B1.** Να βρείτε τα ακρότατα της συνάρτησης  $f$ .

Μονάδες 9

**B2.** Να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της συνάρτησης  $f$  στο σημείο της  $A(0, f(0))$ .

Μονάδες 8

**B3.** Να υπολογίσετε το όριο  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f'(x) - 12}{x + 1}$ .

Μονάδες 8

## ΘΕΜΑ Γ

Μεταξύ των οικογενειών με τρία παιδιά επιλέγουμε τυχαία μία οικογένεια και εξετάζουμε τα παιδιά της ως προς το φύλο και ως προς τη σειρά γέννησής τους.

**Γ1.** Να προσδιορίσετε το δειγματικό χώρο  $\Omega$  του πειράματος χρησιμοποιώντας ένα δενδροδιάγραμμα.

Μονάδες 4

**Γ2.** Να παρασταθούν με αναγραφή των στοιχείων τους τα ενδεχόμενα που προσδιορίζονται από την αντίστοιχη ιδιότητα:

A: «το πρώτο παιδί είναι κορίτσι»

B: «ο αριθμός των κοριτσιών υπερβαίνει τον αριθμό των αγοριών»

Γ: «τα δύο πρώτα παιδιά είναι του ίδιου φύλου».

Μονάδες 6

**Γ3.** Υποθέτουμε ότι ο δειγματικός χώρος  $\Omega$  αποτελείται από ισοπίθανα απλά ενδεχόμενα.

**α)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

$$\Delta = A \cap B, \quad E = A \cup B, \quad Z = \Gamma - E.$$

(μονάδες 9)

**β)** Να υπολογίσετε την πιθανότητα των παρακάτω ενδεχομένων:

H: «δεν πραγματοποιείται κανένα από τα A, B»

Θ: «πραγματοποιείται ακριβώς ένα από τα A, B».

(μονάδες 6)

**Μονάδες 15**

### ΘΕΜΑ Δ

Οι χρόνοι (σε λεπτά) που χρειάστηκαν  $n$  υπολογιστές για να τρέξουν ένα πρόγραμμα, έχουν ομαδοποιηθεί σε 4 ισοπλατείς κλάσεις πλάτους  $c$ , όπως στον παρακάτω πίνακα:

Χρόνος (σε λεπτά)	Κεντρική Τιμή $x_i$	Συχνότητα $v_i$
$[8, \quad )$		20
$[ \quad , \quad )$	14	15
$[ \quad , \quad )$		10
$[ \quad , \quad )$		$v_4$
ΣΥΝΟΛΟ		$v = \dots\dots\dots$

**Δ1.** Να αποδείξετε ότι  $c = 4$ .

**Μονάδες 4**

**Δ2.** Αν η μέση τιμή των χρόνων είναι  $\bar{x} = 14$ , να αποδείξετε ότι  $v_4 = 5$  (μονάδες 4) και στη συνέχεια να μεταφέρετε στο τετράδιό σας τον παραπάνω πίνακα κατάλληλα συμπληρωμένο (μονάδες 2).

**Μονάδες 6**

**Δ3.** Αν οι παρατηρήσεις είναι ομοιόμορφα κατανεμημένες σε κάθε κλάση, να βρείτε πόσοι υπολογιστές χρειάστηκαν τουλάχιστον 9 λεπτά για να τρέξουν το πρόγραμμα.

**Μονάδες 5**

**Δ4.** Να αποδείξετε ότι η τυπική απόκλιση των χρόνων είναι  $s = 4$  και να εξετάσετε αν το δείγμα των χρόνων είναι ομοιογενές.

**Μονάδες 6**

**Δ5.** Αντικαθιστούμε τον επεξεργαστή κάθε υπολογιστή με έναν ταχύτερο και βρίσκουμε ότι κάθε υπολογιστής τρέχει τώρα το πρόγραμμα στο 80% του χρόνου που χρειαζόταν πριν. Να εξετάσετε ως προς την ομοιογένεια το καινούργιο δείγμα χρόνων.

**Μονάδες 4**