

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

### Μαθηματικά Ι

ΕΠΑΛ

#### ΘΕΜΑ Α

**A1.** σχ. Βιβλίο σελ 138

**A2.**

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Λάθος

δ) Λάθος

ε) Σωστό

**A3.**

α)  $(f - g)'(x) = f'(x) - g'(x)$

β)  $\int_{\alpha}^{\beta} \text{συν}x dx = \eta\mu\beta - \eta\mu\alpha$

γ) Αν  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = \ell \quad \ell \in \mathbb{R}$ , τότε  $\lim_{x \rightarrow x_0} |f(x)| = |\ell|$

#### ΘΕΜΑ Β

**B1.**  $xf(x) - 2f(x) = x^2 - 4 \Leftrightarrow f(x) \cdot (x - 2) = x^2 - 4 \stackrel{x \neq 2}{\Rightarrow} f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2} \text{ με } x \neq 2$

**B2.** Έχουμε  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2}$  ότι :

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 2) = 4$$



**B3.** Αφού η  $f$  είναι συνεχής στο  $\mathbb{R}$  θα είναι και συνεχής στο  $x_0=2$ . Έτσι έχουμε

$$\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = f(2) \Leftrightarrow \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = f(2) \Leftrightarrow 4 = f(2).$$

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

### ΘΕΜΑ Γ

**Γ1.**

A/A	Ηλικίες υπαλλήλων	Συχνότητα (αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	Κέντρο κλάσης $x_i$	$x_i v_i$	Σχετική συχνότητα $f_i\%$
1 <sup>η</sup> κλάση	[ 25 , 35 )	100	30	3000	50
2 <sup>η</sup> κλάση	[ 35 , 45 )	50	40	2000	25
3 <sup>η</sup> κλάση	[ 45 , 55 )	40	50	2000	20
4 <sup>η</sup> κλάση	[ 55 , 65 )	10	60	600	5
ΣΥΝΟΛΑ		$v=200$		7600	100

**Γ2.** Η μέση τιμή είναι :  $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{7600}{200} = 38$

**Γ3.** Το ποσοστό των υπαλλήλων που έχουν ηλικία τουλάχιστον 45 ετών είναι  $f_3\% + f_4\% = 25\%$

**Γ4.** Θα αποχωρήσουν 5 υπάλληλοι της 4<sup>ης</sup> κλάσης, η νέα συχνότητα της θα είναι :  $v_4' = v_4 - 5 = 10 - 5 = 5$ . Επίσης θα αποχωρήσουν 5 υπάλληλοι της 2<sup>ης</sup> κλάσης, η νέα συχνότητα της θα είναι :

$v_2' = v_2 - 5 = 50 - 5 = 45$ . Ταυτόχρονα θα προσληφθούν 10 υπάλληλοι με ηλικίες που αντιστοιχούν στη 1<sup>η</sup> κλάση άρα η νέα συχνότητα της θα είναι

$v_1' = v_1 + 10 = 100 + 10 = 110$ . Ο πίνακας κατανομής συχνοτήτων θα γίνει αντίστοιχα



A/A	Ηλικίες	Συχνότητα	Κέντρο	
-----	---------	-----------	--------	--

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

	υπαλλήλων	(αριθμός υπαλλήλων) $v_i$	κλάσης $x_i$	$x_i v_i$
1 <sup>η</sup> κλάση	[ 25 , 35 )	110	30	3300
2 <sup>η</sup> κλάση	[ 35 , 45 )	45	40	1800
3 <sup>η</sup> κλάση	[ 45 , 55 )	40	50	2000
4 <sup>η</sup> κλάση	[ 55 , 65 )	5	60	300
ΣΥΝΟΛΑ		$v=200$		7400

Η νέα μέση τιμή θα είναι  $\bar{x}' = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i v_i}{v} = \frac{7400}{200} = 37$

### ΘΕΜΑ Δ

**Δ1.**  $f(x) = e^x(x-1)$  με  $Df = \mathbb{R}$ . Η  $f$  παραγωγίσιμη με  $f'(x) = e^x(x-1) + e^x = f(x) + e^x$

**Δ2.**  $f'(x) = e^x(x-1) + e^x = xe^x$

•  $f'(x) = 0 \Leftrightarrow e^x x = 0 \Leftrightarrow x = 0$

•  $f'(x) > 0 \Leftrightarrow e^x x > 0 \Leftrightarrow x > 0$  και ο πίνακας μονοτονίας είναι



	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$	↘		↗

Άρα η  $f$  είναι γνησίως αύξουσα στο  $[0, +\infty)$  και είναι γνησίως φθίνουσα στο  $(-\infty, 0]$ . Παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο το οποίο είναι και ολικό στο  $x_0=0$ , το  $f(0) = -1$

# ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

## Ενδεικτικές Απαντήσεις

**Δ3.** Ισχύει ότι  $g(x) = f(x) + e^x = f'(x)$  (1)

Το εμβαδό που ζητείται είναι

$$\begin{aligned} E &= \int_{-1}^1 |g(x)| dx \stackrel{(1)}{=} \int_{-1}^1 |f'(x)| dx = - \int_{-1}^0 f'(x) dx + \int_0^1 f'(x) dx = -[f(x)]_{-1}^0 + [f(x)]_0^1 = \\ &= -2f(0) + f(-1) + f(1) = 2 - \frac{2}{e} \text{ τ. μ.} \end{aligned}$$

---

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Ι. ΤΣΑΚΜΑΚΗ

---

