ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Μαθηματικά

ΕΠΑ.Λ

ΘΕΜΑ Α

Α1. Θεωρία Σχολ. Βιβλίου, σελ.: 81

Α2. α) ΣΩΣΤΟ

β) ΣΩΣΤΟ

γ) ΛΑΘΟΣ

δ) ΣΩΣΤΟ

ε) ΣΩΣΤΟ

Α3. α) $\int_{\alpha}^{\beta}\frac{1}{x}dx=[\ln|x|]_{\alpha}^{\beta}=\ln\beta-\ln\alpha$

β) $(g\circ f)'=g'(f(x))\cdot f'(x)$

γ) $\int_{\alpha}^{\beta}c\,dx=c[x]_{\alpha}^{\beta}=c\cdot(\beta-\alpha)$

ΘΕΜΑ Β

Β1. $6+5+4+\kappa+2\kappa+1=25 \Leftrightarrow 16+3\kappa=25 \Leftrightarrow 3\kappa=9 \Leftrightarrow \kappa=3$

Β2.

Ημερήσιες ώρες διαβάσματος x_i	Μαθητές ν_i	Αθροιστική Συχνότητα N_i	Σχετική Συχνότητα $f_i\%$	$x_i \cdot \nu_i$
1	6	6	24	6
2	5	11	20	10
3	4	15	16	12
4	3	18	12	12
5	7	25	28	35
Σύνολα	**25**		**100**	**75**

Β3. $\bar{x}=\frac{\sum_{i=1}^{5}x_i\nu_i}{\nu}=\frac{75}{25}=3$

$\delta=t_{13}=3$

Β4. Τουλάχιστον 3 ώρες ημερησίως διαβάζουν σε ποσοστό 56%.

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2012

Ενδεικτικές Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^-}\left(\alpha x^2 + \beta x\right) = \alpha + \beta$

Γ2.

$$\lim_{x\to1^+} f(x) = \lim_{x\to1^+}\frac{x-1}{\sqrt{x+3}-2} = \lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{\left(\sqrt{x+3}-2\right)\cdot\left(\sqrt{x+3}+2\right)} = \lim_{x\to1^+}\frac{(x-1)\left(\sqrt{x+3}+2\right)}{x-1} = \lim_{x\to1^+}\left(\sqrt{x+3}+2\right) = 4$$

Γ3.

- Για να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ πρέπει $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = f(1) \Leftrightarrow \alpha + \beta = 4$ **(1)**
- Αφού η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το Α (-1, 2) πρέπει το $f(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha(-1)^2 + \beta(-1) = 2 \Leftrightarrow \alpha - \beta = 2$ **(2)**
- Από **(1)** και **(2)** $\alpha = 3$ και $\beta = 1$.

ΘΕΜΑ Δ

Δ1. $F(x) = \frac{3x^3}{3} - \frac{2x^2}{2} - x + c$, $F(x) = x^3 - x^2 - x + c$ αφού $F(0) = 1$ άρα $c = 1$. Οπότε

$F(x) = x^3 - x^2 - x + 1$

Δ2. $F'(x) = 3x^2 - 2x - 1$

$F'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x - 1 = 0$, $\Delta = 4 + 12 = 16$ άρα $x_1, x_2 = \frac{2\pm4}{6} = \left\langle \begin{matrix} 1 \\ -\frac{1}{3} \end{matrix}\right.$.

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
$F'(x)$		+	0	-	0	+	
$F(x)$		↗		↘		↗	

- Άρα η F είναι γνησίως αύξουσα στο $\left(-\infty, -\frac{1}{3}\right]$, $[1, +\infty)$ και η F είναι γνησίως φθίνουσα στο $\left[-\frac{1}{3}, 1\right]$
- η F παρουσιάζει τοπικό μέγιστο στο $x_0 = -\frac{1}{3}$ το

$$F\left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{1}{3}\right)^3 - \left(-\frac{1}{3}\right)^2 - \left(-\frac{1}{3}\right) + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{1}{9} + \frac{1}{3} + 1 = -\frac{1}{27} - \frac{3}{27} + \frac{9}{27} + \frac{27}{27} = \frac{32}{27}$$

- η F παρουσιάζει τοπικό ελάχιστο στο $x_0 = 1$, το $F(1) = 1 - 1 - 1 + 1 = 0$

Δ3. $2011 \prec 2012 \overset{F\nearrow}{\Leftrightarrow} F(2011) \prec F(2012)$

Δ4. $E = \int_0^1 |3x^2 - 2x - 1| dx = -\int_0^1 (3x^2 - 2x - 1) dx = -3\int_0^1 x^2 dx + 2\int_0^1 x dx + \int_0^1 1 dx =$

$$= -3\left[\frac{x^3}{3}\right]_0^1 + 2\left[\frac{x^2}{2}\right]_0^1 + [x]_0^1 = -3\left(\frac{1}{3} - 0\right) + 2\left(\frac{1}{2} - 0\right) + (1 - 0) = -1 + 1 + 1 = 1 \text{ τ.μ.}$$