Μαθηματικά Ι

γενικής παιδείας

ΘΕΜΑ Α.

Α1. ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, **ΣΕΛ. 175**

Α2. **α)** ΛΑΘΟΣ
β) ΣΩΣΤΟ
γ) ΣΩΣΤΟ
δ) ΛΑΘΟΣ

Α3. **α)** $\left(\frac{f}{g}\right)'(x) = \frac{f'(x)g(x) - g'(x)f(x)}{g^2(x)}, \quad g(x) \neq 0$

β) $\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}, \quad x > 0$

γ) $\left(e^x\right)' = e^x$

δ) $(\sigma\upsilon\nu x)' = -\eta\mu x$

ΘΕΜΑ Β.

Β1.

xi	vi	fi%	Ni	Fi%	xivi
0	8	16	8	16	0
1	10	20	18	36	10
2	15	30	33	66	30
3	10	20	43	86	30
4	5	10	48	96	20
5	2	4	50	100	10
Αθροίσματα	50	100			100

- $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 + v_5 + v_6 = v \Leftrightarrow 8 + 10 + v_3 + 10 + 5 + 2 = 50 \Leftrightarrow v_3 = 50 - 35 \Leftrightarrow v_3 = 15$.
- $f_1 = \frac{v_1}{v} = \frac{80}{50} = \frac{16}{100} = 16\%$

Β2. $\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^{6} xivi}{v} = \frac{100}{50} = 2$

Β3. $\delta = \frac{t_{25} + t_{26}}{2} = \frac{2+2}{2} = 2$

Β4.

- Το πλήθος που απουσίαζαν από 2 έως 4 είναι $v_3 + v_4 + v_5 = 15 + 10 + 5 = 30$ υπάλληλοι.
- Το ποσοστό που απουσίαζαν από 2 έως 4 είναι f3% + f4% + f5% = 30% + 20% + 10% = 60%

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ ΕΠΑ.Λ (ΟΜΑΔΑ Α') 2010

Ενδεικτικές Απαντήσεις

ΘΕΜΑ Γ.

Γ1. $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x^2-4x+3}{x^2-1} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{(x-1)(x-3)}{(x-1)(x+1)} = \lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x-3}{x+1} = -1$.

Γ2. $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^+}\left(\sqrt{x+3}+\alpha\right) = 2+\alpha$

Γ3. Για να είναι συνεχής στο $x_0 = 1$ η f πρέπει το $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x) = \lim\limits_{x\to 1^-} = f(1) \Leftrightarrow -1 = 2+\alpha \Leftrightarrow \alpha = -3$.

Γ4. $A = 3f(0) + 2f(6) = 3(-3)+2\cdot 0 = -9$

ΘΕΜΑ Δ.

Δ1. $f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{5}{2}x^2 + \alpha x + \beta$

- Αφού η f είναι παραγωγίσιμη με $f'(x) = x^2 - 5x + \alpha$ και παρουσιάζει ακρότατο στο $x_0=2$ από θεώρημα Fermat ισχύει ότι $f'(2) = 0 \Leftrightarrow 4 - 10 + \alpha = 0 \Leftrightarrow \alpha = 6$.
- Επίσης η γραφική παράσταση της f διέρχεται από το σημείο $A(0,1)$ άρα το $f(0) = 1 \Leftrightarrow \beta = 1$.

Δ2. $f'(x) = x^2 - 5x + 6$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 5x + 6 = 0 \Leftrightarrow x_1 = 2,\ x_2 = 3$.

Ο πίνακας μονοτονίας είναι

x	$-\infty$	2	3	$+\infty$
$f'(x)$	+	-	+	
$f(x)$	↗	↘	↗	

άρα η f' είναι γνησίως αύξουσα στο $(-\infty, 2]$ και στο $[3, +\infty)$ και η f γνησίως φθίνουσα στο [2, 3].

Δ3. Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 2$ τοπικό μέγιστο το

$$f(2) = \frac{1}{3}\cdot 2^3 - \frac{5}{2}2^2 + 6\cdot 2 + 1 = \frac{8}{3} - 10 + 12 + 1 = \frac{8}{3} + 3 = \frac{17}{3}.$$

Η f παρουσιάζει στο $x_0 = 3$ τοπικό ελάχιστο το

$$f(3) = \frac{1}{3}\cdot 3^3 - \frac{5}{2}\cdot 3^2 + 6\cdot 3 + 1 = 9 - \frac{45}{2} + 18 + 1 = 28 - \frac{45}{2} = \frac{11}{2}$$

Δ4.

$$\int_1^2\left(\frac{1}{3}x^3 - \frac{5}{2}x^2 + 6x + 1\right)dx = \frac{1}{3}\cdot\int_1^2 x^3dx - \frac{5}{2}\int_1^2 x^2dx + 6\int_1^2 xdx + \int_1^2 1\cdot dx =$$

$$= \frac{1}{3}\left[\frac{x^4}{4}\right]_1^2 - \frac{5}{2}\left[\frac{x^3}{3}\right]_1^2 + 6\left[\frac{x^2}{2}\right]_1^2 + [x]_1^2 = \frac{1}{3}\left(\frac{2^4}{4} - \frac{1}{4}\right) - \frac{5}{2}\left(\frac{2^3}{3} - \frac{1}{3}\right) + 6\left(\frac{2^2}{2} - \frac{1}{2}\right) + (2-1) =$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{15}{4}\right) - \frac{5}{2}\left(\frac{7}{3}\right) + 6\left(\frac{3}{2}\right) + 1 = \frac{5}{4} - \frac{35}{6} + 10 = \frac{15}{12} - \frac{70}{12} + \frac{120}{12} = \frac{65}{12}.$$

Επιμέλεια: Ι. Τσακμάκη