

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ (ΑΛΓΕΒΡΑ)

ΕΠΑ.Λ.

9 ΙΟΥΝΙΟΥ 2018

ΕΚΦΩΝΗΣΕΙΣ

ΘΕΜΑ Α

- A1.** Έστω x_1, x_2, \dots, x_k οι τιμές μιας μεταβλητής X που αφορά τα άτομα ενός δείγματος μεγέθους n , όπου k, n μη μηδενικοί φυσικοί αριθμοί με $k \leq n$.
- α.** Τι ονομάζεται απόλυτη συχνότητα n_i που αντιστοιχεί στην τιμή $x_i, i = 1, 2, \dots, k$; (Μον. 3)
- β.** Τι ονομάζεται σχετική συχνότητα f_i της τιμής $x_i, i = 1, 2, \dots, k$; (Μον. 3)
- γ.** Να αποδείξετε ότι $f_1 + f_2 + \dots + f_k = 1$. (Μον. 4)

Μονάδες 10

- A2.** Έστω f μία συνάρτηση με πεδίο ορισμού το A . Πότε λέμε ότι η συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη στο σημείο x_0 του πεδίου ορισμού της;

Μονάδες 5

- A3.** Να χαρακτηρίσετε τις προτάσεις που ακολουθούν, γράφοντας στο τετράδιό σας, δίπλα στο γράμμα που αντιστοιχεί σε κάθε πρόταση, τη λέξη **Σωστό**, αν η πρόταση είναι σωστή, ή τη λέξη **Λάθος**, αν η πρόταση είναι λανθασμένη.

α. Σε μια κανονική ή περίπου κανονική κατανομή το 68% περίπου των παρατηρήσεων βρίσκεται στο διάστημα $(\bar{x} - s, \bar{x} + s)$, όπου \bar{x} η μέση τιμή και s η τυπική απόκλιση.

β. $(\sin x)' = \eta \mu x$

γ. Το κυκλικό διάγραμμα χρησιμοποιείται για τη γραφική παράσταση μόνο ποσοτικών δεδομένων.

δ. Η διακύμανση $(s)^2$ είναι μέτρο διασποράς.

ε. Αν μία συνάρτηση f είναι παραγωγίσιμη σε ένα διάστημα A και ισχύει $f'(x) < 0$ για κάθε εσωτερικό σημείο του A , τότε η f είναι γνησίως αύξουσα στο A .

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Β

Δίνονται οι αριθμοί: 14, 12, 18, $4\alpha - 1$, 16 με $\alpha \in \mathbb{R}$.

B1. Αν η διάμεσος των παραπάνω αριθμών είναι ίση με 15, να υπολογίσετε την τιμή του α .

Μονάδες 7

B2. Για $\alpha = 4$ να υπολογίσετε τη διακύμανση (s^2).

Μονάδες 7

B3. Για $\alpha = 4$ να εξετάσετε αν το δείγμα των παραπάνω αριθμών είναι ομοιογενές.

Μονάδες 5

B4. Για $\alpha = 4$ να υπολογίσετε το συντελεστή μεταβολής των αριθμών που θα προκύψουν, αν ο καθένας από τους παραπάνω αριθμούς πολλαπλασιαστεί με το -2 και στη συνέχεια αυξηθεί κατά 5.

Μονάδες 6

ΘΕΜΑ Γ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = 2x^3 - 3kx^2 + k, \quad k \in \mathbb{R} \text{ και } x \in \mathbb{R}.$$

Γ1. Εάν η εφαπτομένη της γραφικής παράστασης της συνάρτησης f στο σημείο $M(1, f(1))$ είναι παράλληλη στον άξονα $x'x$, να υπολογίσετε τον αριθμό k .

Μονάδες 5

Γ2. Για $k = 1$ να βρείτε την τιμή του x για την οποία ο ρυθμός μεταβολής της $f(x)$ γίνεται ελάχιστος.

Μονάδες 10

Γ3. Για $k = 1$ να βρείτε την εξίσωση της εφαπτομένης της γραφικής παράστασης της f' στο σημείο $(-1, f'(-1))$.

Μονάδες 10

ΘΕΜΑ Δ

Δίνεται η συνάρτηση f με τύπο:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 4} + 2018, \quad x \in \mathbb{R}.$$

Δ1. Να δείξετε ότι $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 4}}$

Μονάδες 6

Δ2. Να μελετήσετε τη συνάρτηση f ως προς τη μονοτονία και να βρείτε το είδος και την τιμή του ακρότατου.

Μονάδες 9

Δ3. Να υπολογίσετε το όριο

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(x^2 + 4)f'(x) - 2x}{x^2}$$

Μονάδες 10

