

Μαθηματικά και Στοιχεία Στατιστικής

γενικής παιδείας

ΘΕΜΑ Α

A1. Σχολικό βιβλίο, σελ. 30

A2. Σχολικό βιβλίο, σελ: 13

A3. Σχολικό βιβλίο, σελ: 59

A4.

α) Σωστό

β) Λάθος

γ) Λάθος

δ) Λάθος

ε) Σωστό



ΘΕΜΑ Β

B1. Από το ιστόγραμμα συχνοτήτων προκύπτει $v_1 + v_2 + v_3 + v_4 = 40 = n$

B2. $f_1 = \frac{v_1}{n} = 0,30, f_2 = \frac{v_2}{n} = 0,20, f_3 = \frac{v_3}{n} = 0,35, f_4 = \frac{v_4}{n} = 0,15$ και έτσι έχουμε

Κλάσεις	Κεντρικές τιμές x_i	Συχνότητα v_i	Σχετική συχνότητα $f_i \%$
[2,4)	3	12	0,30
[4-6)	5	8	0,20
[6-8)	7	14	0,35
[8-10)	9	6	0,15
Σύνολο		40	1

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

Ενδεικτικές Απαντήσεις

B3.

$$\alpha) \bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^4 x_i \cdot v_i}{v} = \frac{36+40+98+54}{40} = 5,7 \text{ χιλιάδες ευρώ}$$

β) Στο διάστημα 4,5 έως 6 βρίσκονται τα $\frac{3}{4}$ των παρατηρήσεων της κλάσης [4-6] λόγω ομοιόμορφης κατανομής. Άρα τουλάχιστον 4,5 χιλιάδες ευρώ πωλήσεις έκαναν $\frac{3}{4}v_2 + v_3 + v_4 = 26$ πωλητές

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Η συνάρτηση είναι παραγωγίσιμη ως πολυώνυμο με παράγωγο συνάρτηση την $f'(x) = 12x^2 - 7x + 1$. Θέσεις πιθανών ακρότατων είναι οι λύσεις της

	$-\infty$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$		\nearrow	\searrow	\nearrow	

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 7x + 1 = 0. \text{ Επειδή } x_1 < x_2$$

$$\text{έχουμε } x_1 = \frac{1}{4} \text{ και } x_2 = \frac{1}{3}.$$

Για $\frac{1}{4} < x < \frac{1}{3}$ έχουμε $f'(x) < 0$ άρα $f \searrow$ και

$f'(x) > 0$ για $x > \frac{1}{3}$ και $x < \frac{1}{4}$ άρα $f \nearrow$. Έτσι

καταλήγουμε ότι $P(K) = \frac{1}{4}$ και $P(A) = \frac{1}{3}$ επειδή οι πιθανότητες είναι οι θέσεις του τοπικού μεγίστου και του τοπικού ελαχίστου αντίστοιχα.

Τα ενδεχόμενα K, A, Π είναι ασυμβίβαστα και $P(\Pi) = 1 - P(K) - P(A) = \frac{5}{12}$.

$$\mathbf{\Gamma 2.} P(\Gamma) = P(K \cup A) = P(K) + P(A) = \frac{7}{12}$$

$$P(\Delta) = P(K' \cap A') = P(\Pi) = \frac{5}{12}$$

$$P(E) = P(A \cup \Pi') = P(\Pi') = \frac{7}{12} \text{ γιατί } A \subset \Pi'.$$

Γ3. Έχουμε $P(A) = \frac{N(A)}{v} = \frac{1}{3} \Leftrightarrow N(A) = \frac{v}{3} = \frac{4v}{12}$ και ότι

$$P(\Pi) = \frac{N(\Pi)}{v} = \frac{5}{12} \Leftrightarrow N(\Pi) = \frac{5v}{12}. \text{ Ξέρουμε όμως ότι } N(\Pi) - N(A) = 4.$$

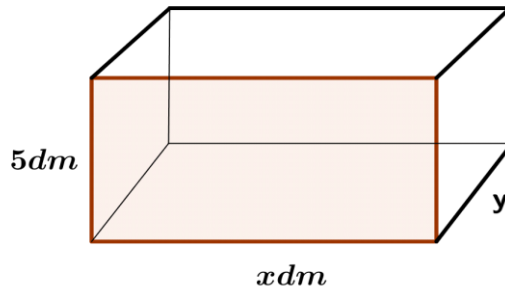
Άρα έχουμε

$$\frac{5v}{12} - \frac{4v}{12} = 4 \Leftrightarrow \frac{v}{12} = 4 \Leftrightarrow v = 48$$



ΘΕΜΑ Δ

Δ1.



Περίμετρος βάσης $2x + 2y = 20 \Leftrightarrow y = 10 - x$ (1).

$$E(x) = x \cdot y + 2 \cdot 5 \cdot x + 2 \cdot 5 \cdot y = xy + 10x + 10y =$$

$$= x(10 - x) + 10x + 10(10 - x) = -x^2 + 10x + 100, 0 < x < 10.$$

$$E'(x) = -2x + 10, E'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 5, E'(x) > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 5.$$

	0	5	10
$E'(x)$		+	-
$E(x)$		$E(5) = \max$	

Μέγιστη επιφάνεια για $x = 5\text{dm}$.

Δ2. α) $2s^2 - 5s + 2 = 0 \Leftrightarrow s = \begin{cases} 2 \\ \frac{1}{2} \end{cases}$.

Είναι $CV > \frac{1}{10} \Leftrightarrow \frac{s}{\bar{x}} > \frac{1}{10}$ (2). Για $s = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{16} > \frac{1}{10}$, άτοπο.

Άρα $s = 2$ δεκτή.

$$\beta) s^2 = \frac{1}{v} \left[\sum_{i=1}^v t_i^2 - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v} \right] \Leftrightarrow s^2 = \frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} - \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i \right)^2}{v^2} \Leftrightarrow$$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2014

Ενδεικτικές Απαντήσεις

$$\Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} = s^2 + \frac{\left(\sum_{i=1}^v t_i\right)^2}{v^2} \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} = s^2 + (\bar{x})^2 \Leftrightarrow \frac{\sum_{i=1}^v t_i^2}{v} = 4 + 64 = 68, \quad \text{είναι} \quad \eta$$

ζητούμενη μέση τιμή.

Δ3. Επειδή η συνάρτηση E είναι γνησίως φθίνουσα στο $[5,9)$ έχουμε $E(x_1) > E(x_2) > \dots > E(x_{14}) > E(x_{15}) \Leftrightarrow y_1 > y_2 > \dots > y_{14} > y_{15}$. Άρα το εύρος είναι $R = |y_1 - y_{15}| = |E(x_1) - E(x_{15})| = |E(5) - E(9)| = |125 - 109| = 16$.

$$y_i > -4x_i + 9R + 1 \Leftrightarrow E(x_i) > -4x_i + 144 + 1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow -x_i^2 + 10x_i + 100 > -4x_i + 145 \Leftrightarrow -x_i^2 + 14x_i - 45 > 0 \Leftrightarrow 5 < x_i < 9.$$

$$\text{Άρα } N(B) = 13 \text{ και } P(B) = \frac{N(B)}{N(\Omega)} = \frac{13}{15}.$$

ΕΠΙΜΕΛΕΙΑ: Β.ΓΕΡΩΝΥΜΑΚΗΣ – Γ.ΜΠΕΚΟΣ - Δ. ΣΙΔΕΡΗΣ- Ι. ΤΣΑΚΜΑΚΗ

