

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

Ενδεικτικές Απαντήσεις

Μαθηματικά-Στατιστική

γενικής παιδείας

ΘΕΜΑ Α

- A1. ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, ΣΕΛ. 93
A2. ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, ΣΕΛ. 87
A3. ΣΧΟΛΙΚΟ ΒΙΒΛΙΟ, ΣΕΛ. 140
A4. α) ΣΩΣΤΟ
β) ΛΑΘΟΣ
γ) ΣΩΣΤΟ
δ) ΛΑΘΟΣ
ε) ΛΑΘΟΣ



ΘΕΜΑ Β

$$B1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2\sqrt{x^2 - x + 1} - 2}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2(\sqrt{x^2 - x + 1} - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x(x - 1)}{(x - 1)(\sqrt{x^2 - x + 1} + 1)} = 1$$

$$B2. f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{x^2 - x + 1}} \cdot (2x - 1) = \frac{2x - 1}{\sqrt{x^2 - x + 1}}$$

$$f'(0) = -1$$

$$B3. f'(0) = -1 \Leftrightarrow \epsilon\phi\phi = -1 \Leftrightarrow \phi = 135^\circ$$

ΘΕΜΑ Γ

Γ1. Έστω c το πλάτος των κλάσεων τότε η δεύτερη κλάση είναι $[c - 2c]$ άρα το κέντρο της κλάσης είναι: $\frac{c + 2c}{2} = 6 \Leftrightarrow c = 4$

Γ2.

Κλάσεις	Κέντρο κλάσης x_i	v_i	$x_i v_i$	$x_i^2 v_i$
$[0 - 4)$	2	20	40	80
$[4 - 8)$	6	40	240	1440
$[8 - 12)$	10	45	450	4500
$[12 - 16)$	14	30	420	5880
$[16 - 20)$	18	25	450	8100
Σύνολο		160	1600	20.000

$$\bullet \bar{x} = \sum_{i=1}^5 \frac{x_i v_i}{v} = \frac{1600}{160} = 10$$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

Ενδεικτικές Απαντήσεις

$$\bullet s^2 = \frac{1}{160} = \left[20.000 - \frac{(1600)^2}{160} \right] = \frac{20.000}{160} - 100 = 1250 - 100 = 25$$

$$\bullet \text{Άρα } s = \sqrt{25} = 5$$

$$\Gamma 3. cv = \frac{s}{\bar{x}} = \frac{5}{10} = 0,50 > 0,10 \text{ άρα δεν είναι ομοιογενές.}$$

Γ4. Κάθε κλάση θεωρούμε ότι είναι ομοιόμορφη κατανομή άρα:

$$\bullet \text{ από 7 έως 8 έχουμε } \frac{40}{4} = 10 \text{ άτομα.}$$

$$\bullet \text{ από 8 έως 12 έχουμε 45 άτομα.}$$

$$\bullet \text{ από 12 έως 14 έχουμε } \frac{30}{2} = 15 \text{ άτομα.}$$

$$\text{Άρα } N(A) = 10 + 45 + 15 = 70, P(A) = \frac{70}{160} = \frac{7}{16}$$

Σ σύγχρονο

ΦΡΟΝΤΙΣΤΗΡΙΑ
ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ - ΘΕΤΙΚΗ - ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΗ ΚΑΤΕΥΘΥΝΣΗ
ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΚΗ - ECDL

ΘΕΜΑ Δ

$$\Delta 1. f'(x) = \frac{1}{x - P(A)} - (x - P(A)), x > P(A)$$

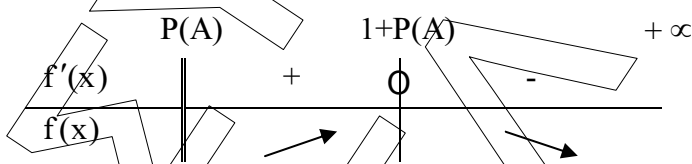
$$\bullet f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{1 - (x - P(A))^2}{x - P(A)} = 0 \Leftrightarrow 1 = (x - P(A))^2 \Leftrightarrow x - P(A) = 1 \text{ ή } x - P(A) = -1 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow x = 1 + P(A) \text{ ή } x = -1 + P(A).$$

$$\bullet f'(x) > 0 \Leftrightarrow 1 - (x - P(A))^2 > 0 \Leftrightarrow (1 - x + P(A)) \cdot (1 + x - P(A)) > 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \left. \begin{array}{l} x \in (-1 + P(A), 1 + P(A)) \\ \text{όμως } x > P(A) \geq 0 \end{array} \right\} x \in (P(A), 1 + P(A))$$

• Ο πίνακας μονοτονίας είναι:



• η f είναι γνησίως αύξουσα στο $(P(A), 1 + P(A)]$

η f είναι γνησίως φθίνουσα στο $[1 + P(A), +\infty)$

• η f παρουσιάζει τοπικό μέγιστο το οποίο είναι και ολικό στο $x_0 = 1 + P(A)$, το

$$f(1 + P(A)) = -\frac{1}{2} + P(B).$$

$$\Delta 2. \text{ Από } \Delta 1 \text{ ισχύει ότι } x_0 = \frac{5}{3} \Leftrightarrow 1 + P(A) = \frac{5}{3} \Leftrightarrow P(A) = \frac{2}{3} \text{ και } f(x_0) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{2} + P(B) = 0 \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{2}.$$

ΠΑΝΕΛΛΑΔΙΚΕΣ ΕΞΕΤΑΣΕΙΣ 2010

Ενδεικτικές Απαντήσεις

$$\Delta 3. P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cup B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - \frac{5}{6} \Leftrightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{6},$$

$$\text{άρα } P((A \cap B)') = 1 - \frac{2}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}.$$

$$\Delta 4. P((A - B) \cup (B - A)) = P(A - B) + P(B - A) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B) = \\ = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = \frac{2}{3} + \frac{1}{2} - 2 \cdot \frac{2}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}.$$

Επιμέλεια: Β. Γερωνυμάκης – Γ. Μπέκος – Γ. Λύγκας – Ι. Τσακμάκη

